

FICHE DE THEORIE 5 : PUISSANCES - PRODUITS

1. Définition d'une puissance

Si a est un nombre non nul et n un entier positif supérieur à 1,

alors : $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ (n facteurs)

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

2. Règles des puissances (avec a et b différents de 0 et n et $p > 0$)

$$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

3. Produit a^{n-p} si $n > p$

Dans une expression ne contenant que des produits, on multiplie les facteurs numériques entre eux et on groupe les facteurs littéraux pour en former des puissances.

$$3a \cdot 2b = 6ab$$

$$2a^2b \cdot (-5ab^3) = -10a^3b^4$$

4. Distributivité

La multiplication est distributive par rapport à l'addition et à la soustraction.

$$a \cdot (b + c) = ab + ac \quad (a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

$$a \cdot (b - c) = ab - ac \quad (a + b) \cdot (c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$(b + c) \cdot a = ab + ac \quad (a - b) \cdot (c + d) = ac + ad - bc - bd$$

$$(b - c) \cdot a = ab - ac \quad (a - b) \cdot (c - d) = ab + ad - bc + bd$$

$$-(a + b) \cdot (c + d) = -(ac + ad + bc + bd) = -ac - ad - bc - bd$$

5. Produits remarquables

Les produits remarquables sont des situations de double distributivité particulières :

$(a + b) \cdot (a + b)$; $(a - b) \cdot (a - b)$ et $(a + b) \cdot (a - b)$. Il convient de retenir les formules suivantes pour éviter de distribuer.

$$\text{Carré d'une somme : } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{Carré d'une différence : } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{Produit de binômes conjugués : } (a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$$